

Proposition de sujet de thèse détaillée sur la géométrie des variétés horosphériques projectives lisses de groupe de Picard \mathbb{Z}^2 .

Boris Pasquier*

Il s’agit d’un sujet de thèse en géométrie algébrique complexe, plus particulièrement sur des variétés algébriques complexes munies de l’action d’un groupe algébrique complexe (réductif). Il existe plusieurs familles de telles variétés, par exemple :

- les variétés de drapeaux (variétés homogènes projectives);
- les variétés toriques (munies de l’action de $(\mathbb{C}^*)^n$);
- les variétés horosphériques (qui incluent les deux familles précédentes).

Dans ces familles il est naturel de s’intéresser aux variétés projectives (ou au moins complètes) le “moins singulière possible” et les “plus petites possibles”, par exemple : lisses et de nombre de Picard ρ petit.

Pour les variétés de drapeaux, la théorie est très bien connue et totalement comprise.

Pour les variétés toriques, $\rho = 1$ (et lisse) implique qu’on a un espace projectif. Pour $\rho = 2$, Kleinschmidt a démontré qu’on a seulement des fibrés projectifs sur des espaces projectifs [Kle88]. La géométrie de ces variétés est alors assez bien comprise. Avec des hypothèses de singularités moins fortes, on a aussi des résultats récents du type “complet implique projectif”.

Pour les variétés horosphériques, le cas $\rho = 1$ a d’abord été considéré dans [Pas09], puis [PP10], et ensuite dans de nombreux travaux de différents auteurs. Le cas $\rho = 2$ donne aussi lieu à une classification (travail en cours) et devrait déboucher sur une géométrie assez riche.

Le but de la thèse serait d’étudier la géométrie de ces dernières variétés : leur groupe d’automorphismes, leur espace de déformation, ..., correspondent-elles à des variétés déjà connues, ..., a-t-on “complet implique projectif” dans ce cas, etc.

References

- [Kle88] Peter Kleinschmidt, *A classification of toric varieties with few generators*, *Aequationes Math.* **35** (1988), no. 2-3, 254–266.
- [Pas09] Boris Pasquier, *On some smooth projective two-orbit varieties with Picard number 1*, *Math. Ann.* **344** (2009), no. 4, 963–987.
- [PP10] Boris Pasquier and Nicolas Perrin, *Local rigidity of quasi-regular varieties*, *Math. Z.* **265** (2010), no. 3, 589–600.

*Boris PASQUIER: Laboratoire de Mathématiques Appliquées de Poitiers, CNRS, Univ. Poitiers. E-mail: boris.pasquier@math.univ-poitiers.fr